

Equilibri Tokamak in presenza di diffusione resistiva

Meeting collaborazione PLUS - 27 Luglio 2020

Matteo Del Prete

Sapienza Università di Roma

Definizione del problema

Definizioni

Studiamo le seguenti quantità:

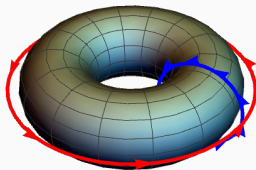
- Plasma fluido di densità di massa ρ , velocità nonrelativistica $\mathbf{v}$
- Pressione P , temperatura T , densità di corrente $\mathbf{J}$ e resistività η
- Campo elettrico $\mathbf{E}$ e magnetico $\mathbf{B}$

Definizioni

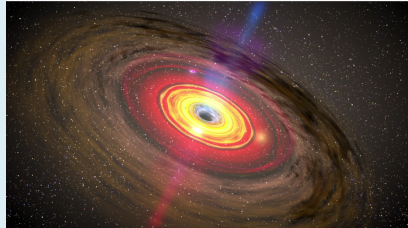
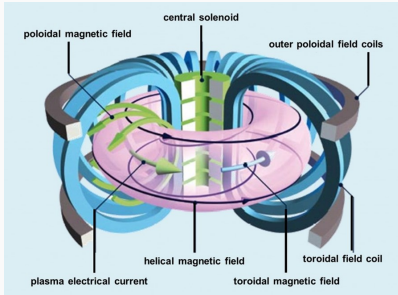
Studiamo le seguenti quantità:

- Plasma fluido di densità di massa ρ , velocità nonrelativistica $\mathbf{v}$
- Pressione P , temperatura T , densità di corrente $\mathbf{J}$ e resistività η
- Campo elettrico $\mathbf{E}$ e magnetico $\mathbf{B}$

Lavoriamo in unità SI, coordinate cilindriche $\{\hat{e}_r, \hat{e}_\phi, \hat{e}_z\}$ e in simmetria assiale ($\partial_\phi f = 0, \forall f$).
Direzioni **toroidale** e **poloidale**.



Tokamak vs disco accrezione



- B_{tor} importante
- Velocità solitamente trascurata in equilibri
- $\ell_z/\ell_r \sim O(1)$

- B_{tor} trascurato
- Grande velocità rotazionale
- Gravità oggetto centrale
- $\ell_z/\ell_r \sim 0$

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

Equazioni MHD con resistività

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

Equazioni MHD con resistività

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (3)$$

Equazioni MHD con resistività

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (3)$$

$$\text{Ampère:} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad (4)$$

Equazioni MHD con resistività

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (3)$$

$$\text{Ampère:} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad (4)$$

$$\text{Ohm:} \quad \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}, \quad (5)$$

Equazioni MHD con resistività

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (3)$$

$$\text{Ampère:} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad (4)$$

$$\text{Ohm:} \quad \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}, \quad (5)$$

$$\text{Eulero:} \quad \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

Equazioni MHD con resistività

Cerchiamo una configurazione statica:

$$\text{Continuità:} \quad \partial_t \rho + \cancel{\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})} = 0, \quad (1)$$

$$\text{Gauss (magnetismo):} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (3)$$

$$\text{Ampère:} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad (4)$$

$$\text{Ohm:} \quad \mathbf{E} + \cancel{\mathbf{v} \times \mathbf{B}} = \eta \mathbf{J}, \quad (5)$$

$$\text{Eulero:} \quad \cancel{\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}} = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

Equazione di Ohm (I)

Esprimiamo campo elettrico e magnetico come

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t\mathbf{A}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (7)$$

Equazione di Ohm (I)

Esprimiamo campo elettrico e magnetico come

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t\mathbf{A}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (7)$$

Nella gauge di Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), dall'equazione (4) otteniamo la densità di corrente

$$\mathbf{J} = -\Delta\mathbf{A}/\mu_0, \quad (8)$$

Equazione di Ohm (I)

Esprimiamo campo elettrico e magnetico come

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t\mathbf{A}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (7)$$

Nella gauge di Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), dall'equazione (4) otteniamo la densità di corrente

$$\mathbf{J} = -\Delta\mathbf{A}/\mu_0, \quad (8)$$

dunque l'equazione di Ohm (5) diventa

$$\partial_t\mathbf{A} = -\nabla\varphi + \frac{\eta}{\mu_0}\Delta\mathbf{A}. \quad (9)$$

Equazione di Ohm (II)

Riscriviamo il potenziale vettore come

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_p + \frac{\psi}{2\pi r} \hat{e}_\phi, \quad \nabla \cdot \mathbf{A}_p = 0, \quad \nabla \times \mathbf{A}_p = B_\phi \equiv \mu_0 \frac{I}{2\pi r}. \quad (10)$$

In questo modo ψ e I indicano rispettivamente il flusso magnetico e la corrente attraverso una sezione circolare πr^2 .

Equazione di Ohm (II)

Riscriviamo il potenziale vettore come

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_p + \frac{\psi}{2\pi r} \hat{e}_\phi, \quad \nabla \cdot \mathbf{A}_p = 0, \quad \nabla \times \mathbf{A}_p = B_\phi \equiv \mu_0 \frac{I}{2\pi r}. \quad (10)$$

In questo modo ψ e I indicano rispettivamente il flusso magnetico e la corrente attraverso una sezione circolare πr^2 .

Usando le (10), otteniamo due equazioni considerando la componente ϕ di eq. (9), e considerando il rotore della stessa equazione:

$$\partial_t \psi = \eta \Delta^* \psi / \mu_0, \quad (11)$$

$$\partial_t I = \eta \Delta^* I / \mu_0, \quad (12)$$

dove abbiamo definito l'operatore ellittico

$$\Delta^* f \equiv r^2 \nabla \cdot (\nabla f / r^2) = \partial_r^2 f - \partial_r f / r + \partial_z^2 f.$$

Equazione di Eulero (I)

La componente ϕ di Eq. (6) ci dà

$$\partial_r \psi \partial_z I - \partial_z \psi \partial_r I = 0 \rightarrow I = I(\psi), \quad (13)$$

Equazione di Eulero (I)

La componente ϕ di Eq. (6) ci dà

$$\partial_r \psi \partial_z I - \partial_z \psi \partial_r I = 0 \rightarrow I = I(\psi), \quad (13)$$

sostituendo nella precedente coppia di equazioni abbiamo

$$\frac{d^2 I}{d\psi^2} |\nabla \psi|^2 = 0, \quad (14)$$

che implica $I = I_0 + I_1 \psi, I_i \in \mathbb{R}$.

Equazione di Eulero (II): Grad-Shafranov

Le restanti componenti di Eq. (6) danno l'equazione fondamentale per l'equilibrio, Grad-Shafranov, che nel nostro caso ha la forma

$$(\Delta^* \psi + \mu_0^2 (I_1^2 \psi + I_1 I_0)) \nabla \psi = -2\pi \mu_0 r^2 \nabla P, \quad (15)$$

Equazione di Eulero (II): Grad-Shafranov

Le restanti componenti di Eq. (6) danno l'equazione fondamentale per l'equilibrio, Grad-Shafranov, che nel nostro caso ha la forma

$$(\Delta^* \psi + \mu_0^2 (I_1^2 \psi + I_1 I_0)) \nabla \psi = -2\pi \mu_0 r^2 \nabla P, \quad (15)$$

dunque $P = P(\psi)$ e otteniamo

$$\boxed{\Delta^* \psi = -2\pi \mu_0 r^2 \frac{dP}{d\psi} - \mu_0^2 (I_1^2 \psi + I_1 I_0)}, \quad (16)$$

che ricordiamo essere accoppiata alla (11), $\partial_t \psi = \eta \Delta^* \psi / \mu_0$, dove assumiamo una resistività costante $\propto \ln(\Lambda) T^{-3/2}$ (Spitzer).

Soluzione

Scelta di $P(\psi)$

Per risolvere Eq. (16) dobbiamo scegliere una $P(\psi)$. La forma più generale che mantiene lineare il sistema di equazioni è

$$P(\psi) = P_0 + P_1\psi + P_2\psi^2/2, \quad P_i \in \mathbb{R} \quad (17)$$

Scelta di $P(\psi)$

Per risolvere Eq. (16) dobbiamo scegliere una $P(\psi)$. La forma più generale che mantiene lineare il sistema di equazioni è

$$P(\psi) = P_0 + P_1\psi + P_2\psi^2/2, \quad P_i \in \mathbb{R} \quad (17)$$

Combinando le equazioni (11) e (16) arriviamo a

$$\partial_t \psi = (a + br^2)\psi + c + dr^2, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}, \quad (18)$$

la cui soluzione è

$$\psi(r, z, t) = \psi_0(r, z)e^{-\gamma(r)t} + \delta(r), \quad (19)$$

con $\gamma(r) = a + br^2$, e $\delta(r) = (c + dr^2)/(a + br^2)$.

Struttura della soluzione

Sostituendo la soluzione nella (16) (o nella (11)) otteniamo $P_2 = 0$, dunque anche la pressione è lineare. Il coefficiente b si annulla, quindi infine:

$$\gamma(r) = \gamma = \mu_0 \eta l_1^2, \quad \delta(r) = -\frac{A_0}{A_1} - \frac{4\pi^2 P_1}{\mu_0 l_1^2} r^2. \quad (20)$$

Diffusione su tempo scala γ^{-1} verso la condizione $\psi = \delta(r)$, cioè $\mathbf{B}(t \rightarrow \infty) = \left(0, -\frac{2\pi P_1}{l_1} r, -\frac{4\pi P_1}{\mu_0 l_1^2}\right)$.

Struttura della soluzione

Sostituendo la soluzione nella (16) (o nella (11)) otteniamo $P_2 = 0$, dunque anche la pressione è lineare. Il coefficiente b si annulla, quindi infine:

$$\gamma(r) = \gamma = \mu_0 \eta l_1^2, \quad \delta(r) = -\frac{A_0}{A_1} - \frac{4\pi^2 P_1}{\mu_0 l_1^2} r^2. \quad (20)$$

Diffusione su tempo scala γ^{-1} verso la condizione $\psi = \delta(r)$, cioè $\mathbf{B}(t \rightarrow \infty) = \left(0, -\frac{2\pi P_1}{l_1} r, -\frac{4\pi P_1}{\mu_0 l_1^2}\right)$.

Resta da risolvere l'equazione per $\psi_0(r, z)$:

$$\Delta^* \psi_0(r, z) = -\mu_0^2 l_1^2 \psi_0(r, z) \quad (21)$$

Passiamo alla trasformata di Fourier $\psi_0(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(r, k) e^{ikz} dk$,
poi definiamo $\mu_0^2 l_1^2 - k^2 \equiv E_k$, $x \equiv r E_k^{1/2}$, $\chi(r, k) = r f(x, k)$, e
arriviamo a

$$x^2 \partial_x^2 f + x \partial_x f + (x^2 - 1) f = 0, \quad (22)$$

cioè l'equazione di Bessel di ordine 1.

Passiamo alla trasformata di Fourier $\psi_0(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(r, k) e^{ikz} dk$,
poi definiamo $\mu_0^2 l_1^2 - k^2 \equiv E_k$, $x \equiv rE_k^{1/2}$, $\chi(r, k) = rf(x, k)$, e
arriviamo a

$$x^2 \partial_x^2 f + x \partial_x f + (x^2 - 1)f = 0, \quad (22)$$

cioè l'equazione di Bessel di ordine 1. In conclusione

$$\psi_0(r, z) = r \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_1(k) J_1(rE_k^{1/2}) + c_2(k) Y_1(rE_k^{1/2}) \right] e^{ikz} dk. \quad (23)$$

Se $|k| < \mu_0 l_1 \rightarrow \overline{c_{1,2}(k)} = c_{1,2}(-k)$,

se $|k| > \mu_0 l_1 \rightarrow \overline{c_1(k)} = -c_1(-k) - 2ic_2(-k)$, $\overline{c_2(k)} = -c_2(-k)$.

Fit della soluzione

$$\begin{aligned}\psi(r, z, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_1(k) J_1(r E_k^{1/2}) + c_2(k) Y_1(r E_k^{1/2}) \right] e^{ikz} dk \\ & \times r e^{-\mu_0 \eta l_1^2 t} - \frac{l_0}{l_1} - \frac{4\pi^2 P_1}{\mu_0 l_1^2} r^2\end{aligned}\quad (24)$$

Linee magnetiche chiuse $\rightarrow$ plasma confinato. L'ultima linea chiusa $\psi(r, z, t) = \psi_B \in \mathbb{R}$ viene detta separatrice.

Parametri del fit (I)

$$\begin{aligned}\psi(r, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_1(k) J_1(r E_k^{1/2}) + c_2(k) Y_1(r E_k^{1/2}) \right] e^{ikz} dk \\ \times r e^{-\mu_0 \eta l_1^2 t} - \frac{l_0}{l_1} - \frac{4\pi^2 P_1}{\mu_0 l_1^2} r^2\end{aligned}\quad (24)$$

Linee magnetiche chiuse $\rightarrow$ plasma confinato. L'ultima linea chiusa $\psi(r, z, t) = \psi_B \in \mathbb{R}$ viene detta separatrice.

All'interno l_0, l_1, P_1 sono liberi, mentre $P_0 = -P_1 \psi_B$ garantisce pressione nulla sulla separatrice. All'esterno, in assenza di plasma, $l_0 = l_1 = P_0 = P_1 = 0$ (non ci occupiamo del matching).

Parametri del fit (I)

$$\begin{aligned} \psi(r, z, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_1(k) J_1(r E_k^{1/2}) + c_2(k) Y_1(r E_k^{1/2}) \right] e^{ikz} dk \\ & \times r e^{-\mu_0 \eta l_1^2 t} - \frac{l_0}{l_1} - \frac{4\pi^2 P_1}{\mu_0 l_1^2} r^2 \end{aligned} \quad (24)$$

Linee magnetiche chiuse $\rightarrow$ plasma confinato. L'ultima linea chiusa $\psi(r, z, t) = \psi_B \in \mathbb{R}$ viene detta separatrice.

All'interno l_0, l_1, P_1 sono liberi, mentre $P_0 = -P_1 \psi_B$ garantisce pressione nulla sulla separatrice. All'esterno, in assenza di plasma, $l_0 = l_1 = P_0 = P_1 = 0$ (non ci occupiamo del matching).

Inoltre restano le funzioni $c_{1,2}(k)$ da determinare in base alla geometria cercata.

Parametri del fit (II)

Fissiamo c_1 e c_2 come somme di delte di Dirac su un set di k_i , $i = 1, \dots, N$:

$$c_j(k) \sim \sum_{i=1}^N \hat{c}_{j,i} \delta(k - k_i). \quad (25)$$

La scelta dei k_i è arbitraria ma legata alle dimensioni verticali della macchina: $|k_i| \lesssim 1/z_{\max}$.

Parametri del fit (II)

Fissiamo c_1 e c_2 come somme di delte di Dirac su un set di k_i , $i = 1, \dots, N$:

$$c_j(k) \sim \sum_{i=1}^N \hat{c}_{j,i} \delta(k - k_i). \quad (25)$$

La scelta dei k_i è arbitraria ma legata alle dimensioni verticali della macchina: $|k_i| \lesssim 1/z_{\max}$.

Dunque non abbiamo più due funzioni incognite, ma un set discreto di coefficienti $\hat{c}_{j,i}$ da determinare.

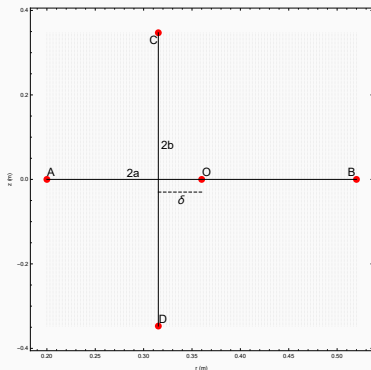
Possiamo imporre vincoli fisici, come

- Campo magnetico toroidale sull'asse $B_A = I_1 \psi(r_A, z_A, 0) + I_0$
- Corrente totale di plasma $I_P = \int_{\psi > \psi_B} J_\phi ds$
- Flusso al bordo ψ_B e sull'asse magnetico ψ_A
- Rapporto tra pressioni $\beta_p \equiv 2\mu_0 \langle P \rangle / B_p^2$
- ...

Per le quantità integrali come I_P , utilizziamo un metodo di “shooting”: facciamo un guess basato su valori medi, da verificare e correggere dopo il fit.

Vincoli su separatrice sconosciuta

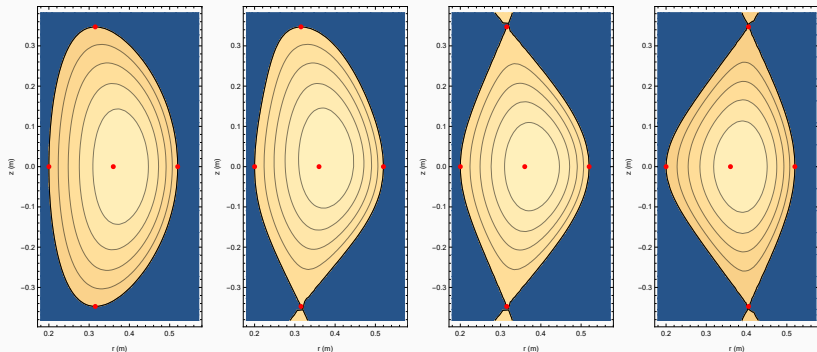
Se non conosciamo la separatrice, utilizziamo parametri geometrici:



- Raggio minore $a \equiv (r_B - r_A)/2$
- Raggio maggiore $R \equiv r_O$
- Ellitticità b/a
- Triangolarità δ/a

Imponiamo valore di ψ e delle sue derivate nei punti A, B, C, D .

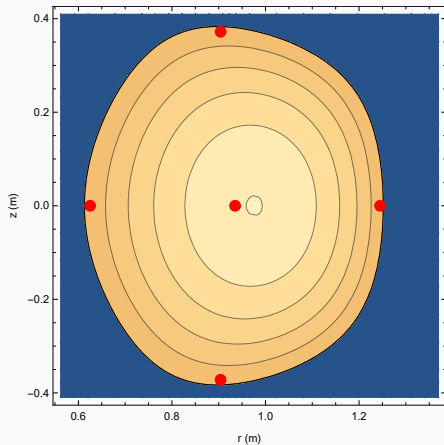
N.B. i “punti a x” corrispondono a $\partial_r \psi = \partial_z \psi = 0$.



	Separatrice liscia	Singolo nullo	Doppio nullo	DN triang. neg.
I_p (kA)	175	155	138	135
β_p	0.44	0.47	0.13	0.14
B_A (T)	5.6	5.6	5.6	5.5

Ellitticità ~ 2 , triangolarità 0.28 (-0.28).

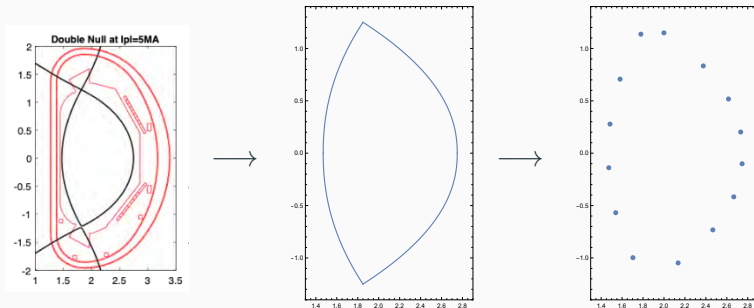
Profilo FTU-like



$I_P = 630$ kA, $B_A = 7.8$ T, ellitticità 1.2, triangularità 0.1.

Vincoli su separatrice conosciuta

Se conosciamo la separatrice, ricaviamo un set di M punti:

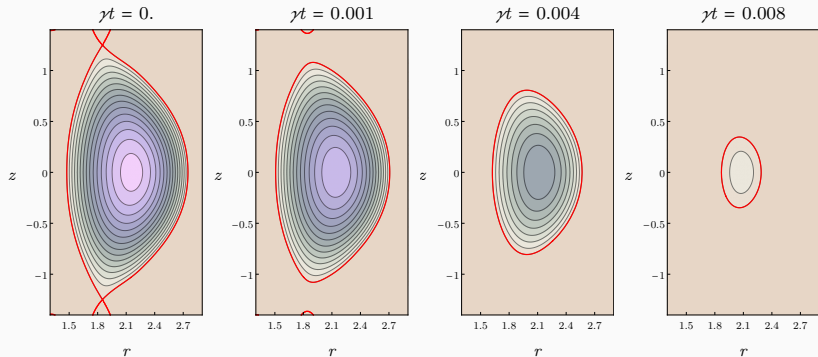


e risolviamo M equazioni algebriche $\psi(r_j, z_j, 0) = \psi_B$.

Studiamo uno scenario proposto per DTT

(<https://www.dtt-project.enea.it/index.php/documentation>).

Profilo doppio nullo DTT (I)



I tempi corrispondono a 0, 11, 43 e 86 secondi. La separatrice scompare dopo 98 s.

Profilo doppio nullo DTT (II)

	Scenario DTT	Fit compatibile
r_A (m)	2.17	2.16
ψ_B (Vs)	2.50	2.55
ψ_A (Vs)	11.48	8.02
B_A (T)	6.19	6.23
β_p	0.43	0.43
I_P (MA)	5.00	5.00
ℓ_i	0.80	0.39

Scala diffusiva del plasma $\gamma^{-1} \sim 10^4$ s. Perché la separatrice scompare così presto?

Scala diffusiva del plasma $\gamma^{-1} \sim 10^4$ s. Perché la separatrice scompare così presto?

La soluzione è del tipo $\psi \sim a(r, z)e^{-\gamma t} + b(r)$, la regione confinata è definita da $\psi > \psi_B$. Dunque se $\Delta\psi \equiv |\psi_A - \psi_B|$, quando il decadimento ammonta a $\Delta\psi$ si perde il confinamento. Definiamo

$$\langle\psi_0\rangle(1 - e^{-\gamma t^*}) = \Delta\psi \implies t^* \equiv -\gamma^{-1} \ln(1 - \Delta\psi/\langle\psi_0\rangle). \quad (26)$$

Scala diffusiva del plasma $\gamma^{-1} \sim 10^4$ s. Perché la separatrice scompare così presto?

La soluzione è del tipo $\psi \sim a(r, z)e^{-\gamma t} + b(r)$, la regione confinata è definita da $\psi > \psi_B$. Dunque se $\Delta\psi \equiv |\psi_A - \psi_B|$, quando il decadimento ammonta a $\Delta\psi$ si perde il confinamento. Definiamo

$$\langle\psi_0\rangle(1 - e^{-\gamma t^*}) = \Delta\psi \implies t^* \equiv -\gamma^{-1} \ln(1 - \Delta\psi/\langle\psi_0\rangle). \quad (26)$$

Nel caso considerato otteniamo $t^* \sim 10^2$ s.

Discussione vincolo: confronto con la soluzione “Solov’ev”

Il vincolo $d^2 I / d\psi^2 |\nabla\psi|^2 = 0$ (14) obbliga I lineare, ma questa forma è poco considerata.

Discussione vincolo: confronto con la soluzione “Solov’ev”

Il vincolo $d^2 I / d\psi^2 |\nabla\psi|^2 = 0$ (14) obbliga I lineare, ma questa forma è poco considerata.

Analiticamente, diffusa in letteratura è la soluzione di Solov’ev con $I^2 \sim \psi$. Se ignoriamo Eq. (14), possiamo usarla per lo scenario DTT resistivo.

Discussione vincolo: confronto con la soluzione “Solov’ev”

Il vincolo $d^2 I / d\psi^2 |\nabla\psi|^2 = 0$ (14) obbliga I lineare, ma questa forma è poco considerata.

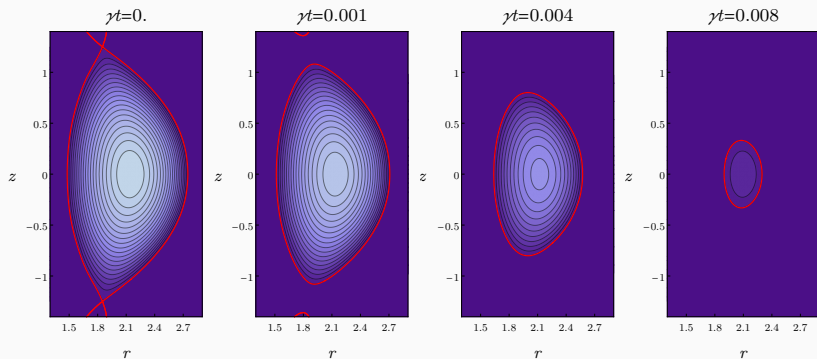
Analiticamente, diffusa in letteratura è la soluzione di Solov’ev con $I^2 \sim \psi$. Se ignoriamo Eq. (14), possiamo usarla per lo scenario DTT resistivo. Definendo $I_s = A_1\psi/2 + A_0$ abbiamo

$$\Delta^* \psi = -2\pi\mu_0 r^2 P_1 - \mu_0^2 A_1, \quad \partial_t \psi = \eta\psi/\mu_0, \quad (27)$$

con soluzione $\psi(r, z, t) = a(r) t + b(r) + \psi_0(r, z)$, dove ψ_0 soddisfa $\Delta^* \psi_0 = 0$, e

$$a(r) = -\eta (2\pi P_1 r^2 + \mu_0 A_1),$$
$$b(r) = -\frac{\mu_0}{4} (\pi P_1 r^4 - \mu_0 A_1 r^2 - 2\mu_0 A_1 r^2 \ln(r)).$$

Soluzione alla Solov'ev (I)



Stesso comportamento qualitativo. Il vincolo incide poco?

Soluzione alla Solov'ev (II)

	Scenario DTT	Fit compatibile	Fit Solov'ev
r_A (m)	2.17	2.16	2.15
ψ_B (Vs)	2.50	2.55	2.53
ψ_A (Vs)	11.48	8.02	7.94
B_A (T)	6.19	6.23	6.23
β_p	0.43	0.43	0.43
I_P (MA)	5.00	5.00	5.00
I_i	0.80	0.39	0.38
t^* (s)	/	97	98

Discussione vincolo: confronto con I nonlineari

In codici di equilibrio è più comune uno sviluppo di I in potenze arbitrarie. Non potendo trovare la soluzione esatta, un confronto analitico non è possibile. Tuttavia nota la I , a partire dai dati della macchina, si può calcolare il termine $d^2I/d\psi^2$ e confrontarlo.

Discussione vincolo: confronto con I nonlineari

In codici di equilibrio è più comune uno sviluppo di I in potenze arbitrarie. Non potendo trovare la soluzione esatta, un confronto analitico non è possibile. Tuttavia nota la I , a partire dai dati della macchina, si può calcolare il termine $d^2I/d\psi^2$ e confrontarlo. Studiamo la famiglia

$$I_n(\psi) = I_{1,n}\psi^n + I_0, \quad n \in \mathbb{R} \quad (28)$$

che generalizza il caso compatibile ($n = 1$).

Discussione vincolo: confronto con I nonlineari

In codici di equilibrio è più comune uno sviluppo di I in potenze arbitrarie. Non potendo trovare la soluzione esatta, un confronto analitico non è possibile. Tuttavia nota la I , a partire dai dati della macchina, si può calcolare il termine $d^2 I / d\psi^2$ e confrontarlo.

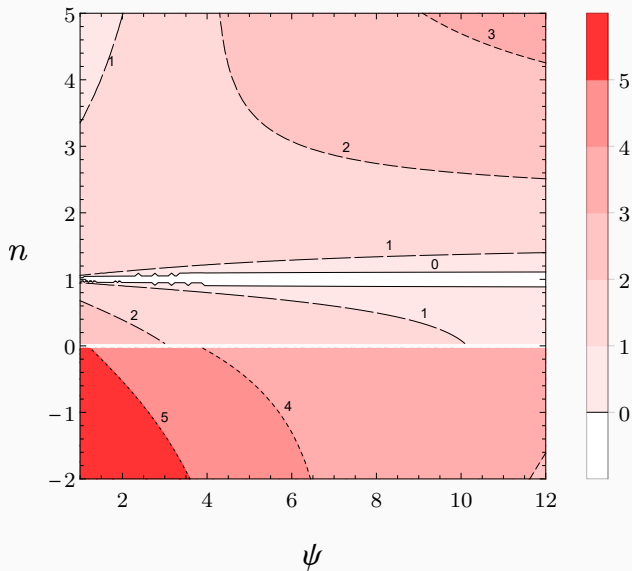
Studiamo la famiglia

$$I_n(\psi) = I_{1,n}\psi^n + I_0, \quad n \in \mathbb{R} \quad (28)$$

che generalizza il caso compatibile ($n = 1$). Nel caso compatibile è 0, ovviamente. Nel caso Solov'ev è diverso da 0 e lo prendiamo come caso di riferimento. Definiamo

$$\varepsilon(\psi, n) \equiv \log_{10} \left| \frac{d^2 I_n}{d\psi^2} \bigg/ \frac{d^2 I_s}{d\psi^2} \right| = \left| A_1^2 \frac{n(n-1)I_{1,n}\psi^{n-2}}{(2A_1\psi + A_0)^{3/2}} \right|, \quad (29)$$

“Errore” in caso di $l \propto \psi^n$



Alcune prospettive:

Alcune prospettive:

- Implementazione del vincolo (14) in un codice per quantificarne l'impatto

Alcune prospettive:

- Implementazione del vincolo (14) in un codice per quantificarne l'impatto
- Rilassare l'assunzione $\mathbf{v} = 0$ (caso $\mathbf{v} = \omega r \hat{e}_\phi$ in progress...)

Grazie per l'attenzione!