

0 **Ricostruzione della potenza assorbita dal rivelatore**

La potenza assorbita dal rivelatore $P_{rad}(t)$ è data dall'equazione

5

$$P_{rad}(t) = C_{th} * (dV_{out} / dt + V_{out} / \tau) .$$

La ricostruzione della potenza assorbita dal rivelatore puo' essere ottenuta con una
 10 semplice differenziazione del segnale acquisito, V_{out} . Tuttavia i vari metodi di differenziazione presentano dei problemi numerici, dovuti proprio all'operazione differenziazione. Per evitare questo
 15 problema si è scelto di operare in modo diverso: con una tecnica introdotta da un gruppo di ricercatori di ASDEX [ref]. La tecnica consiste nell'introdurre un filtro numerico in modo tale che l'operazione di
 20 differenziazione viene effettuata sulla funzione filtro anziche sul segnale acquisito, V_{out} .

Introducendo la funzione filtro $S(t, f_g)$,

25 con frequenza di cut-off, f_g , il segnale filtrato risulta

$$W(t, f_g) \sim = S(t - \delta) * W(\delta) d\delta$$

Indicando con f_s la frequenza di campionamento del segnale misurato, se f_g
 30 $> f_s / 2$ il filtro non introduce nessuna perdita di informazione, in quanto il segnale viene ricostruito con una banda di frequenza $< f_s / 2$, per il teorema di Nyquist. Per $f_g < f_s / 2$ il filtro introduce
 35 un taglio in frequenza e la funzione $W \sim$ rappresenta la funzione W filtrata.

Per quanto riguarda la differenziazione di una funzione

40 processata con un filtro si ha

$$\begin{aligned} W(t, f_g)(n) \sim &= S(t - \delta) * W(n)(\delta) d\delta \\ &= S(n)(t - \delta) * W(\delta) d\delta \quad (1) \end{aligned}$$

45

La validita' della relazione (1) e' facilmente dimostrata usando la tecnica della trasformata di Laplace:

50
$$W_S(s) = S(s) * W(s) \quad (2)$$

dove $S(s)$ e $W(s)$ sono rispettivamente le trasformate di Laplace delle funzioni S e W .

55 La differenziazione nma della (2) e`

$$\begin{aligned} W(s) * s &= s * S(s) * W(s) \\ &= S(s) * [s * W(s)] = [s * S(s)] * W(s) \end{aligned} \quad (3)$$

60 La differenziazione di una funzione processata con filtro e` equivalente all'operazione di processamento con una funzione filtro data dalla derivata della filtro $S(t)$.

65

Applichiamo, ora, la tecnica descritta alla ricostruzione del segnale bolometrico,

$$Prad(t) = C_{th} * (dV_{out}/dt + V_{out} / \tau).$$

70 La trasformata di Laplace di $Prad$ e`

$$Prad(s) = C_{th} * (s * V_{out}(s) + V_{out}(s) / \tau),$$

mentre la trasformata di Laplace della
 75 funzione segnale filtrata con S e`

$$\begin{aligned} \text{Prad}(s) &\sim C_{th} * (s * V_{out}(s) + V_{out}(s) / \tau) * S(s) \\ &= C_{th} * (s * S(s) + S(s) / \tau) * V_{out}(s) \end{aligned}$$

80

cioe

$$\text{Prad}(t) \sim C_{th} * [\sigma(t-\delta) / \tau * \text{Prad}(\delta) d\delta]$$

85 dove $\sigma(t) = dS(t) / dt + S(t) / \tau$

E` evidente il vantaggio di usare una
 funzione filtro nella ricostruzione del
 segnale bolometrico : l'operazione di
 90 differenziazione non viene piu effettuata sul
 segnale acquisito, V_{out} , ma sulla funzione
 filtro.

La ricostruzione di $\text{Prad}(t)$ viene
 effettuata semplicemente processando il
 95 segnale aquisito V_{out} con la funzione filtro
 $\sigma(t) = dS(t) / dt + S(t) / \tau$.

La scelta della funzione filtro e' molto
 ampia. Tuttavia e' conveniente restringersi
 100 a funzioni che possono essere rappresentate
 in forma analitica, per non avere problemi
 di derivazione. Per il processamento di
 segnali caratterizzati da impulsi , come
 quelli bolometrici, ottimi risultati sono stati
 105 ottenuti usando i filtri di Bessel.

Questi sono dei filtri la cui caratteristica
 principale e' la velocita di gruppo costante.

La descrizione piu dettagliata dei filtri, in
 generale, e dei filtri di Bessel , in
 110 particolare, e' data nell Appendice.

I filtri di Bessel sono rappresentati dalla
 somma :

$$115 \quad SM(t,fg) = \sum$$

dove N e' il numero di poli del filtro.

In fig.1 e' mostrata la funzione filtro SM
 120 per
 $f_s = 1 \text{ KHz}$, $f_g = 500 \text{ Hz}$ e $N = 5$.

Per $f_g > f_s / 2$ la banda di frequenza del segnale non viene ridotta dal processamento con il filtro.

125 In fig.2 sono mostrate le funzione filtro SM per diversi valori della frequenza di taglio f_g .

130

135

Ricostruzione profilo radiale

140 Bolometers measure the plasma emissivity integrated along the lines of sight. In order to calculate the total plasma radiated power, necessary for the power balance, we need knowing the local plasma emissivity.

145 The used methods for obtaining the local emissivity are : the tomographic

reconstruction , which is a 2-dimensional problem, or a 1-dimensional reconstruction through assumptions of the geometry of the isoemissivity surfaces.

For a satisfactory tomographic reconstruction, there are required numerous bolometer channels distributed rather homogeneously around the plasma cross section. With few lines of lights, which is the typical situation, in order to obtain a good spatial resolution, it is better to reconstruct the profile using the second method, reducing the 2 to 1 dimensional problem .

In FTU, one bolometer array, with 16 lines of sight from only one view point , does not permit a tomographic reconstruction : only a 1-dimensional reconstruction of emissivity is possible.

Two different techniques, based on the assumption of constant emissivity on given geometric surfaces, have been developed to obtain the radial profile on

FTU. In the first technique we consider concentric circular surfaces, which approximate the FTU plasma shape. In the
 175 second technique we take the magnetic flux surfaces as surfaces of constant emissivity.

Inversion technique

The radial profile of emissivity is calculated by the Abel inversion technique.

180 The problem of inversion is to find the emission ε knowing the line integrated intensity I :

$$I = \varepsilon(s) ds \quad (1)$$

185 where s is the view cord length.

In polar coordinates, the quantities ε is function of the radial parameter, r , and the poloidal angle ϑ while I depends on the impact parameter of view cord, p , besided ϑ
 190 . The equation (1) is an integral equation in two variable.

One resolution method is to reduce the equation (1) in a system of linear equations where the integral is given by a series.
 195 Another method is reduce the equation (1) in an equation in one variable and

expanding the function f in a series so that also the function ε is given by a series

First method

200

Dividing the plasma cross section into a concentric surfaces (in our case they are circular) and assuming constant emissivity.

205

Second method

The equation (1) can be written as :

$$f(p, \varphi) = \int g(r, \vartheta) ds \quad (2)$$

210

(see fig.1).

215

Equation (2) is an integral equation in two variables. It can be reduced in one variable expanding the function g in a Fourier series :

$$g(r, \vartheta) = \sum g_n(r) e^{in\vartheta} \quad (3)$$

$$\text{where } g_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int g(r, \vartheta) e^{-in\vartheta} d\vartheta. \quad (4)$$

220

Since $s = (r^2 - p^2)^{1/2}$, and $\vartheta - \phi = \cos^{-1}(p/r)$, the

equation (2) can be written as

$$f(p, \phi) = \sum e^{im\phi} \frac{2 \int_0^r g_m(r) \cos[m \cos^{-1}(p/r)] r dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}} \quad (5)$$

$f(p, \phi)$ may be expanded in a Fourier series :

$$f(p, \phi) = \sum e^{im\phi} f_m(p) \quad (6)$$

where

$$f_m(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(p, \phi) e^{-im\phi} d\phi \quad (7)$$

Comparing equation (5) and (6) we have

$$f_m(p) = \frac{2 \int_0^r g_m(r) T_m(p/r) r dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}} \quad (8)$$

where $T_m(p/r) = \cos[m \cos^{-1}(p/r)]$ is the

Tschebycheff polynomial of degree m .

We have obtained a set of integral equations in one variable, r .

The solution is

$$g_m(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d/dr \left[\int_0^r f_m(p) T_m(p/r) dp \right]}{p (p^2 - r^2)^{1/2}}$$

We have only one integral equation.

250

A solution of equation () can be found expanding the function $f_m(p)$ in terms of a family of curves. A good choice is to find a family of curves in the space p so that the function $g(r)$ results analytic and can be expand in a series in the space r .

255

A good choice is the family of Zernicke polynomials:

260

$$f_m(p) = 2 \sum a_{ml} \sin[(m + 2l + 1) \cos^{-1} p\#]$$

$$g_m(r) = \sum a_{ml} [(m + 2l + 1) R_{ml}(r\#)]$$

265

where $p\#$ and $r\#$ are, respectively, the normalized impact parameter and the normalized radius of circle.

$R_{ml}(r)$ are the polynomial of .

In conditions of poloidal simmetry , because there is not the dipendence on angle ϕ , we have to consider only the term $m=0$.

270

The last step for resolving the problem of inversion is the knowledge of the coefficients a_{ml}

275 . These are determined by fitting the
experimental data in the space p with the family
of curves. The fit is obtained with the method of
'minimi quadrati'.

280 The number of armonics for expansion of $f(p)$,
 $l_{\max}$, must be minor of the numbers of
experimental points, N . For a good fit $l_{\max}$ must
be much minor of N .

285 In fig. are shown the experimental points (
intensity of chords of view) with the function of
fit for $l_{\max}=3$.

APPENDICE FILTRI

Definizione

290 Un filtro e`un network che trasforma un
segnale di ingresso in un segnale di uscita
desiderato. I segnali possono essere
considerati in funzione del tempo o della
frequenza e, di conseguenza, anche i
295 requisiti del filtro sono in termine di tempo
o di frequenza.

Un filtro puo essere rappresentato simbolicamente dalla fig.1 dove $X(t)$ e' il segnale di ingresso ed $Y(t)$ e' il segnale di uscita.

Applicando il metodo della trasformata di Laplace si ha

$$Y(s) = H(s) * X(s) \quad (1)$$

dove $s = \alpha + j \omega$ e' la frequenza complessa, $Y(s)$ e $X(s)$ sono, rispettivamente, le trasformate di $X(t)$ e $Y(t)$, e $H(s)$, dato dal rapporto $Y(s) / X(s)$, e'

la trasformata della funzione network.

Per $s = j \omega$ si puo scrivere

$$H(j \omega) = |H(j \omega)| * e^{j\phi(\omega)} \quad (2)$$

dove $|H(j \omega)|$ e' l'attenuazione e $\phi(\omega)$ e' la fase. Un' altra grandezza di interesse e' il ritardo di gruppo, definito

come

$$T(\omega) = -d\phi(\omega)/dt \quad (3)$$

325

Tipi di filtri

330

Le grandezze che vengono usate per la classificazione di un filtro sono l'ampiezza $|H(j\omega)|$ e la fase $\phi(\omega)$.

La maggior parte dei filtri può essere divisa in due tipi:

335

1) filtri selettivi in frequenza (passa-basso, passa-alto, etc.), caratterizzati da frequenze di cut-off.

340

2) filtri 'all-pass' la cui ampiezza è costante per tutte le frequenze.

345

Per un filtro selettivo, che lascia passare solo i segnali le cui frequenze sono nella

banda desiderata, la risposta in frequenza (ampiezza) e' il fattore piu importante.

350 Per i filtri 'all-pass', invece, la risposta di fase e il ritardo temporale (o velocita di gruppo) sono i fattori di interesse. I filtri con ritardo temporale si limitano solo ad introdurre un ritardo temporale senza distorcere il segnale.

355 Naturalmente questo e' il comportamento di filtri ideali : la risposta dei filtri realizzabili e' un'approssimazione.

360 I filtri realizzabili, avendo funzioni di trasferimento $H(s)$ date da rapporto di polinomi, non hanno tutte le discontinuita necessarie per descrivere la risposta dei filtri ideali.

In fig.3 sono mostrate le risposte di un filtro ideale e di un filtro realizzabile.

365

Per un filtro realizzabile la frequenza di cut-off e' definita come il valore a cui l'ampiezza dell'attenuazione e' $1/\text{rad}^2$ corrispondente a 3dB

370

$$\text{dB} = -20 \log A = 20 \log \text{rad}^2 = 3$$

375

Filtri con ritardo temporale

380

I filtri ideali con ritardo temporale hanno come funzione di trasferimento

$$H(s) = Ke^{-s\tau}$$

385

con $|H(s)|=K$, $\phi(\omega)=-\omega\tau$, $T = d\phi(\omega)/d\omega$ corrispondente ad un segnale in uscita $Y(t) = K * X(t-\tau)$, se $X(t)$ è il segnale di ingresso. Quindi, l'azione del filtro è solo quella di ritardare di un tempo τ il segnale di ingresso senza distorcerlo.

390

Per un filtro realizzabile, la funzione $e^{-s\tau}$ deve essere approssimata da una funzione razionale. Un metodo sviluppato da da Storch [ref] per $e^{-s\tau}$ ha portato ai filtri di Bessel. Il metodo consiste nell'approssimare

395

